

# Recurtivité

PCSI/PTSI

Pour faire ce TP, on utilisera Python Tutor et prendra soin du bien simuler le code.

## I Approche descendante

Implémentez les fonctions suivantes

### Exercice 1. Fonction d'Ackermann

La fonction d'Ackermann est une fonction à deux paramètres définie par récurrence comme ceci :

$$A(m, n) = \begin{cases} n + 1 & \text{si } m = 0 \\ A(m - 1, 1) & \text{si } m > 0 \text{ et } n = 0 \\ A(m - 1, A(m, n - 1)) & \text{si } m > 0 \text{ et } n > 0. \end{cases}$$

### Exercice 2. Fonction 91 de McCarthy

La fonction de McCarthy est une fonction définie par récurrence comme ceci :

$$f(n) = \begin{cases} n - 10 & \text{si } n > 100 \\ f(f(n + 11)) & \text{sinon.} \end{cases}$$

## II Fonctions récursives

### Exercice 3. Suite récurrente simple

On définit  $u_0 = 12$  et  $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1}$ .

Écrire une fonction récursive qui prend en entrée un entier  $n \geq 0$  et calcule la valeur de  $u_n$ .

### Exercice 4. Suite de Syracuse

La suite de Syracuse est définie par récurrence :

$$S_{n+1} = \begin{cases} \frac{S_n}{2} & \text{si } S_n \text{ est pair,} \\ 3S_n + 1 & \text{si } S_n \text{ est impair.} \end{cases}$$

Écrire une fonction récursive qui prend en entrée un entier  $s \geq 1$  et calcule le premier entier  $n \geq 0$  tel que  $S_n = 1$ .

### Exercice 5. Maximum

Écrire une fonction récursive qui prend en entrée une liste  $l$  d'entiers positifs et calcule le maximum de la liste. Le maximum sera None si la liste est vide.

**Exercice 6. Somme**

Écrire une fonction récursive qui prend en entrée une liste  $l$  d'entiers et calcule la somme des éléments de la liste.

**Exercice 7. Recherche linéaire**

Écrire une fonction récursive qui prend en entrée une liste  $l$  d'entiers, un entier  $x$  et renvoie l'indice  $i$  auquel se trouve  $x$  dans  $l$  et  $-1$  sinon.

**Exercice 8. Fibonacci**

On définit  $F_0 = 0, F_1 = 1$  et  $F_{n+2} = F_{n+1} + F_n$ .

Écrire une fonction récursive qui prend en entrée un entier  $n \geq 0$  et calcule la valeur de  $F_n$ .

Testez la fonction sur de petites valeurs, puis augmentez petit à petit. Améliorer la fonction pour pouvoir calculer  $F_{100}$ .

**Exercice 9. Coefficient Binomial**

On utilisera **exclusivement** la définition du binôme par la formule de récurrence du triangle de Pascal :

$$\binom{n}{k} = \begin{cases} 0 & \text{si } k > n \\ 1 & \text{si } k = 0 \text{ ou } k = n \\ \binom{n-1}{k} + \binom{n-1}{k-1} & \text{sinon.} \end{cases}$$

Écrire une fonction récursive qui prend en entrée deux entiers  $n$  et  $k$ , et qui renvoie  $\binom{n}{k}$ .